

# 多重加权改进型指数双向联想记忆网络及其决策性能

陈松灿<sup>1,2</sup>, 蔡 骏<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学计算机科学与工程系, 江苏南京 210016; 2. 南京大学计算机软件新技术国家重点实验室, 江苏南京 210093)

**摘 要:** C C Wang 等作者利用指数双向联想记忆模型 (eBAM), 构造了由多个 eBAM 构成的多重 eBAM (Multi-eBAM) 信念组合模型, 使之可模拟多个专家的投票表决决策, 并获得了 Multi-eBAM 在各 eBAM 具有同等权威度条件下的决策性能. 本文在此基础上, 通过对各 eBAM 引入不同的权值来模拟各专家不同的权威度, 推广了 Multi-eBAM. 进一步借助陈所提出的改进型 eBAM (IeBAM), 构建了相应的多重加权改进型 eBAM (Multi-WeBAM) 信念组合模型, 获得了此推理模型在同、异步方式下的决策性能及多专家不同权威度下的多数投票因子, 使之更符合实际的多数表决决策. 理论分析表明 Multi-WeBAM 所获得的多数投票因子优于 Multi-WeBAM 的多数投票因子, 即前者较后者具有更紧致下界. 实验结果也表明了 Multi-WeBAM 的性能要优于 Multi-WeBAM.

**关键词:** 决策; 多证据推理; 加权; 联想记忆; 神经网络

**中图分类号:** TP183 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 08-1200-04

## Multiple Weighted Improved Exponential Bidirectional Associative Memory Model

CHEN Song-can<sup>1,2</sup>, CAI Jun<sup>1</sup>

(1. Dept. of Computer Science & Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210016, China;

2. State Key Lab for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210093, China)

**Abstract:** C C Wang and coworkers built a belief combination model consisted of multiple exponential bidirectional associative memory (Multi-eBAM) through using eBAM with equal privileges and applied it into the voting decision making of multiple experts and obtained the latter decision-making performance. Using Chen improved eBAM (IeBAM) and endowing different privilege to each IeBAM or expert, a multiple weighted belief combination model consisted of IeBAM (Multi-WeBAM) is constructed and investigated and becomes an extension to Wang Multi-eBAM model. Then its stability in synchronous and asynchronous updating modes is respectively proven and its corresponding decision-making performance and majority factor for different privilege of each expert are obtained. So the proposed model confirms the real-life voting decision. The initial analysis indicates that the majority factor of Multi-WeBAM is tighter than that of the corresponding Multi-WeBAM, in other words, the former has better decision-making performance than the latter. Finally the experimental results also verify the above point.

**Key words:** decision making; multiple evidence reasoning; weighted; associative memory; neural networks

## 1 引言

在传统的多证据推理中, 难以完全解决由串程序设计和部分依赖所引起的推理冲突, 根本原因是传统的证据推理是针对一条证据, 而存在两条及以上证据时, 其组合次序不同则将产生冲突, 而利用神经网络的大规模并行处理和鲁棒性进行多证据推理, 有望解决这一难题. Wang C C 在指出多证据并发处理的重要性的同时分别提出了基于 BAM<sup>[1]</sup> 和 eBAM<sup>[2]</sup> 的多证据推理算法. 实现了证据和假设之间的 IF-AND-THEN 关系表示. 其成功的合理性表现在如果某人要估计某条证据对某个假设的支持程度, 仅须将这些证据提交给联想记忆模型回忆出所存信息即可. 当同时存在多条证据时, 仅须

将所有这些证据同时提交并观察公共输出为何即可. 由于支持一个假设的证据越多, 则输出结果越倾向于该假设, 此种情况非常类似于多数表决. C C Wang 在各 eBAM 具有同等权威度的情况下获得了决策条件. 本文的目的是借助文 [3~5] 的模型推广文 [1, 2] 的原理, 同时进一步通过对各 IeBAM 引入不同的加权系数来模拟各不同专家的权威度, 构建出一个扩展的多重加权改进型 eBAM (Multi-WeBAM), 并在上述条件下证明了 Multi-WeBAM 在同、异步更新方式下的渐近稳定性, 同时借助信噪比 (SNR) 技术分析了模型的决策性能, 此外通过讨论不同权值的设置说明了其可行性, 最终计算机模拟也证实了 Multi-WeBAM 的性能稳定性.

收稿日期: 2001-09-17; 修回日期: 2002-01-03

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 69701004); 南京大学软件新技术国家重点实验室基金项目

### 2 多重加权指数双向联想记忆网络

多重加权指数双向联想记忆网络 (Multiple Weighted e-BAM) 是由  $L$  个具有不同权值的指数双向联想记忆网络 (eBAM) 组成, 每一个 eBAM 可视为一个专家, 所有网络共享输出层, 该输出层可视为各专家的表决结果. 其网络结构如图 1 所示:

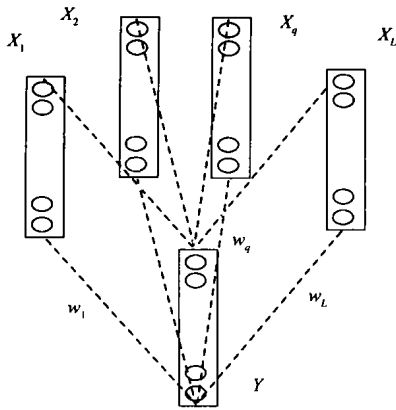


图 1 多重加权神经网络构建的多证据推理模型

设对于第  $q$  个 BAM,  $q = 1, \dots, L$ , 有  $N$  个训练样本对 (证据 - 假设对):

$$\{ (X_{q1}, Y_1), (X_{q2}, Y_2), \dots, (X_{qn}, Y_n) \},$$

其中

$$X_{qi} = (x_{qi1}, x_{qi2}, \dots, x_{qin}), \quad X_{qi} \in \{-1, 1\}^n$$

$$Y_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{ip}), \quad Y_i \in \{-1, 1\}^p$$

每个网络对整个网络的贡献不同, 即每个网络具有不同的权值, 设第  $q$  个 BAM 的权值为  $w_q, w_q \geq 0$ , 且  $\sum_{q=1}^L w_q = 1, w_q \in [0, 1]$ .

为了阐明 Multi-WeBAM 的设计思路, 首先给出在文 [6] 中提出的 Multi-WeBAM 的状态更新规则.

#### 2.1 二值多重加权指数双向联想记忆网络模型 (Multi-WeBAM)

基于 eBAM 的多重加权双向联想记忆网络模型的回忆规则为:

$$y_k = \begin{cases} 1, & \sum_{q=1}^L w_q \sum_{i=1}^N y_{ik} b^{x_{qi}, x_q} \geq 0 \\ -1, & \sum_{q=1}^L w_q \sum_{i=1}^N y_{ik} b^{x_{qi}, x_q} < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$x_{qk} = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^N x_{qik} b^{y_i, Y} \geq 0 \\ -1, & \sum_{i=1}^N x_{qik} b^{y_i, Y} < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$q = 1, 2, \dots, L$

#### 2.2 多重加权改进型指数双向联想记忆网络模型 (Multi-WeBAM)

虽然 Multi-WeBAM 使用指数运算改善了多重双向联想记忆模型的存储容量, 然而在 eBAM 的回忆规则中仅包含了异相关项, 如 Multi-WeBAM 的回忆规则所示, 因此仍需要连续性假定, 这是由于 eBAM 本身的局限所导致的. 文献 [3] 中提出了改进型指数双向联想记忆网络模型 (IeBAM), 在存储性能和纠错能力上均优于 eBAM. 毫无疑问, 高存储量、高纠错性将会保证所构建的同类多重模型的推理性能优于文 [2] 的性能, 我们来构造基于 IeBAM 的多重加权网络模型.

#### 2.2.1 回忆规则

$$y_k = \begin{cases} 1, & \sum_{q=1}^L w_q \sum_{i=1}^N y_{ik} b^{x_{qi}, x_q} + Y_i \cdot Y \geq 0 \\ -1, & \sum_{q=1}^L w_q \sum_{i=1}^N y_{ik} b^{x_{qi}, x_q} + Y_i \cdot Y < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$x_{qk} = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^N x_{qik} b^{x_{qi}, x_q} + Y_i \cdot Y \geq 0 \\ -1, & \sum_{i=1}^N x_{qik} b^{x_{qi}, x_q} + Y_i \cdot Y < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$q = 1, 2, \dots, L$

2.2.2 能量方程及稳定性证明 为了保证模型实际可用, 我们通过能量函数对其稳定性加以证明, 从而有如下定理.

定理 Multi-WeBAM 在同步与异步方式下是稳定的.

证明 仅证明同步方式下的稳定性, 异步方式下的证明类同.

构造 Multi-WeBAM 网络的能量方程为

$$E(X, Y) = \sum_{q=1}^L w_q E(X_q, Y)$$

$$= - \sum_{q=1}^L w_q \sum_{i=1}^N b^{x_{qi}, x_q} + Y_i \cdot Y \quad (5)$$

现证明  $E(X, Y)$  满足下降及有界的条件, 设  $(X_q, Y), (X, Y), q = 1, \dots, L$ , 分别为当前和下一个状态, 那么两者之间的能量差  $Exq$  为:

$$Exq = - \sum_{i=1}^N b^{y_i, Y} + x_{qi}, x_q - ( - \sum_{i=1}^N b^{y_i, Y} + x_{qi}, x_q )$$

由于篇幅所限, 且证明与文 [5] 相类似, 故详细证明从略. 可证

$$E_{xq} \leq 0 \quad (6)$$

若  $(X_q, Y), (X, Y), q = 1, \dots, L$ , 分别为当前和下一个状态, 那么两者之间的能量差  $E_y$  为:

$$E_y = - \sum_{q=1}^L w_q \sum_{i=1}^N ( b^{x_{qi}, x_q} + Y_i \cdot Y )$$

$$- ( - \sum_{q=1}^L w_q \sum_{i=1}^N ( b^{x_{qi}, x_q} + Y_i \cdot Y ) )$$

$$= - \sum_{q=1}^L w_q \sum_{i=1}^N b^{x_{qi}, x_q} ( b^{y_i, Y} - b^{y_i, Y} )$$

可证

$$E_y \leq 0 \quad (7)$$

又因为  $|E(X, Y)| \leq NLb^{n+p}$  有界, 所以由稳定性理论可知, 以上构造得到的 Multi-IeBAM 是渐近稳定的. 如此保证了数据对成为该模型的稳定点.

2.2.3 多数决定原则 设有  $L$  个 IeBAM 构成一个 Multi-WeBAM 如图 1. 问题是: 当各个权值不同的 IeBAM 的输出不完全一致时, 如何确定最终输出结果? 单个 IeBAM 看成一个专家, 上述问题等价于  $L$  个具有不同权威度的专家投票选举, 其中当同意某一结果的支持率达到一定值的时候, 最终结果即为此结果. 设支持某一输出的所有权值之和为  $k, k$  称为支持率.  $k = \sum_{i=1}^t w_{qi}, t \in [0, L], k \in [0, 1], w_{q1}, w_{q2}, \dots, w_{qt}$  分别是支持某一输出的  $t$  个 IeBAM 所具有的权值. 即当有  $t$  个 IeBAM, 其权值之和  $k$ , 共享某个输出时, 整个网络的最终输出即为此输出. 特别地, 当所有  $w_i$  均相等时,  $k$  表示投票专家在所有专家中所占有的比例, 此时  $k$  也称为多数因子. 我们将讨论当  $k$  满足什么条件的时候, 能够决定整个网络的输出结果. 下面分严格情况和一般情况进行讨论.

(1) 严格情况下的多数决定原则

取一种极端情况来计算  $k$  的上界,第 1 到第  $t$  个 leBAM 具有共同的输出向量  $Y_r$ ,而第  $(t+1)$  到第  $L$  个 leBAM 具有共同的输出向量  $Y_s$ ,设模式对  $(X_{11}, Y_r), (X_{21}, Y_r), \dots, (X_{t1}, Y_r)$  对应于 1 到第  $tL$  个 leBAM,模式对  $(X_{(t+1)1}, Y_s), (X_{(t+2)1}, Y_s), \dots, (X_{L1}, Y_s)$  对应于第  $t+1$  到第  $L$  个 leBAM,现在假设  $Y_r$  为我们需要的正确输出,则

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^L w_q \sum_{i=1}^N y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y} \\ = & \sum_{q=1}^t w_q \sum_{i=1}^N y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y} \\ & + \sum_{q=t+1}^L w_q \sum_{i=1}^N y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y} \\ = & \sum_{q=1}^t w_q (y_{ij} b^{n+p} + \sum_{i,r} y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y}) \\ & + \sum_{q=t+1}^L w_q (y_{ij} b^{n+p} + \sum_{i,s} y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y}) \end{aligned}$$

因为  $Y_r$  是我们需要的输出,所以上式的信号是:

$$Sig = \sum_{q=1}^t w_q b^{2(n+p)}$$

当  $Y_s$  是离  $Y_r$  最近的输出向量,此时的噪声量最大:

$$\begin{aligned} Noise = & \sum_{q=t+1}^L w_q b^{2(n+p)} + \sum_{q=1}^L w_q (N-1) b^{2(n+p-4)} \\ & + \sum_{q=t+1}^L w_q (N-1) b^{2(n+p-4)} \\ = & \sum_{q=t+1}^L w_q b^{2(n+p)} + \sum_{q=1}^L w_q (N-1) b^{2(n+p-4)} \end{aligned}$$

根据信噪比分析方法,使网络获得我们想要的输出  $Y_r$  的充分条件是  $Sig > Noise$ ,由此我们得到  $k$  的下界:

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^t w_q b^{2(n+p)} > \sum_{q=t+1}^L w_q b^{2(n+p)} \\ & + \sum_{q=1}^L w_q (N-1) b^{2(n+p-4)} \\ & \sum_{q=1}^t w_q > \sum_{q=t+1}^L w_q + (N-1) b^{-8} \sum_{q=1}^L w_q \quad (8) \\ k & > 1 - k + (N-1) b^{-8} \\ k & > \frac{1}{2} + \frac{(N-1)}{2b^8} \end{aligned}$$

当  $k$  满足上式时,即当支持输出  $Y$  的 leBAM 所有权值之和大于  $k$  时,Multi-leBAM 整个网络的输出就是  $Y$ . 但当  $k > 1$  时,即使所有的 leBAM 具有共同的输出,也不能保证网络能正确回忆.

在多证据推理中,上式表示当投票支持某一结果的专家所有权威度之和略大于百分之五十时,最终输出结果就是此结果. 而当所有  $w_i$  相等时,当投票支持某一结果的专家超过百分之五十,最终输出结果就是此结果. 此理论结果与我们的先验猜想一致.

同理我们可以得到 Multi-WeBAM 在特殊条件下的多数因子  $k$  必须满足  $k > \frac{1}{2} + \frac{(N-1)}{2b^4}$ ,显然 Multi-WeBAM 与 Multi-WeBAM 相比具有更为紧致的多数因子,因而在特殊情况下,Multi-WeBAM 具有更为优良的决策性能.

(2) 一般情况下的多数决定原则

在一般情况下,设有  $t$  个 leBAM 具有共同的输出向量,其权值之和为  $k$ ,而其余的  $L-t$  个 leBAM 的具有它们各自的输出向量. 此时

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^L w_q \sum_{i=1}^N y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y} \\ = & \sum_{q=1}^t w_q \sum_{i=1}^N y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y} \\ & + \sum_{q=t+1}^L w_q \sum_{i=1}^N y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y} \\ = & \sum_{q=1}^t w_q (y_{ij} b^{n+p} + \sum_{i,r} y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y}) \\ & + \sum_{q=t+1}^L w_q (y_{ij} b^{n+p} + \sum_{i,s} y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y}) \\ = & \sum_{q=1}^t w_q y_{ij} b^{n+p} + \sum_{q=t+1}^L w_q y_{ij} b^{n+p} \\ & + \sum_{q=1}^t w_q \sum_{i,r} y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y} \\ & + \sum_{q=t+1}^L w_q \sum_{i,s} y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y} \end{aligned}$$

上式中第一项表示信号项,第二、三、四项表示噪声,第三、四项实际上是  $N-1$  个独立同分布的随机向量之和,因此,噪声方差是单个随机变量方差的  $N-1$  倍,而均值显然为 0,设  $v_i = y_{ij} b^{X_{qi} X_q + Y_i Y}, i = 1, 2, \dots, N$ , 因为所有的  $v_i$  均有相同的性质(除  $i = h$  外),不失一般性,选  $v_1$  来分析,  $v_1$  的概率分布为:

$$Pr(v_i = \pm b^{n-2-2k} b^{p-2-2l}) = (1/2)^{n-1} (1/2)^{p-1} C_{n-1}^k C_{p-1}^l$$

其中  $k$  是  $X_{qi}$  和  $X_q$  的海明距离  $k = H(X_{qi}, X)$ ,  $l$  是  $Y_i$  和  $Y$  的海明距离  $l = H(Y_i, Y)$ , 由  $E(v_1) = 0$  有

$$\begin{aligned} E(v_1^2) = & 2 \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=0}^{p-1} b^{2(n-2k-2)l} b^{2(p-2l-2)} \\ & \cdot (1/2)^{n-1} (1/2)^{p-1} C_{n-1}^k C_{p-1}^l \\ = & (1/2)^{n+p-3} b^{2(n+p-4)} (1+b^{-4})^{n+p-2} \end{aligned}$$

从而上式的第三、四项分别为:

$$\begin{aligned} N_3 = & \sum_{q=1}^t w_q (N-1) E(v_1^2) \\ N_4 = & \sum_{q=t+1}^L w_q (N-1) E(v_1^2) \end{aligned}$$

所以在一般情况下, SNR 为:

$$\begin{aligned} SNR = & \frac{\sum_{q=1}^t w_q b^{2(n+p)}}{\sum_{q=t+1}^L w_q b^{2(n+p)} + N_3 + N_4} \\ = & \frac{\sum_{q=1}^t w_q}{\sum_{q=t+1}^L w_q + \sum_{q=1}^L w_q (N-1) (1/2)^{n+p-3} b^{-8} (1+b^{-4})^{n+p-2}} \end{aligned}$$

要获得一致输出的充分条件是  $SNR > 1$ , 所以:

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^t w_q > \sum_{q=t+1}^L w_q \\ & + \sum_{q=1}^L w_q (N-1) (1/2)^{n+p-3} b^{-8} (1+b^{-4})^{n+p-2} \\ k & > 1 - k + 1/SNR_{leBAM} \end{aligned}$$

$$其中 SNR_{leBAM} = \frac{2^{n+p-3} b^8}{(N-1)(1+b^{-4})^{n+p-2}}$$

由此得到一般情况下的 Multi-WeBAM 多数决定原则:

$$k > \frac{1}{2} + \frac{1}{2SNR_{leBAM}} \quad (9)$$

同理可以得到 Multi-WeBAM 在特殊条件下的多数因子  $k$  必须满足  $k > \frac{1}{2} + \frac{1}{2SNR_{leBAM}}$ , 由于  $SNR_{leBAM} < SNR_{WeBAM}$ , 所以 Multi-WeBAM 比 Multi-WeBAM 具有更紧致的多数因子,亦即在一般条件下 Multi-WeBAM 同样具有更为优良的决策性能.

### 3 模拟实验

#### 3.1 对抗噪声能力的比较

本小节的目的是讨论在输入出现一定范围的误差时,对多个专家的最终决策所造成的影响.而对影响优劣的比较实质上是算法及模型本身的比较.为了能较好的比较各算法之间的差异,建立如下网络模型: $L=4, n=p=16, b=e, N=100$ ,实际实验中,将每个标准输入向量随机反转 1-10 个分量生成 100 个噪声样本,然后统计正确回忆的概率.下面是 Multi-WeBAM 和 Multi-WeBAM 在加入噪声条件下的比较结果,从实验的结果数据可以看出随着加入噪声的增加,整个网络的正确回忆概率逐渐降低.而 Multi-WeBAM 比 Multi-WeBAM 具有更好的抗噪能力,特别是当反转分量数是 4、5,即加入噪声的比例是 25% - 40% 时,Multi-WeBAM 的正确回忆概率都较 Multi-WeBAM 有着很大的提高.从而说明在受干扰的情况下,整个网络通过排除干扰仍能做出正确的决策,使决策错误尽量保持最小.当然,干扰到一定程度时,性能都会同时下降,但 Multi-WeBAM 仍优于同类模型 Multi-WeBAM 和 Multi-WeBAM.下图就是它们的抗噪性能比较图.此实验表明在专家所获得的证据带有干扰时,最终结果在一定范围内仍能获得正确的表决结果,这一点比其他模型具有更大的优势.

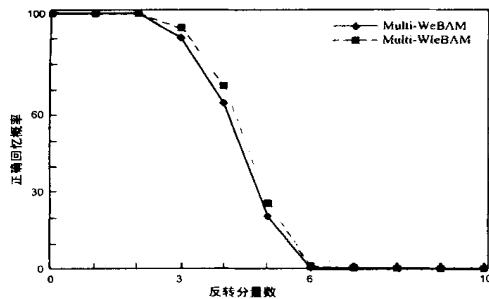


图 2 多重加权指数 BAM 抗噪性能比较图

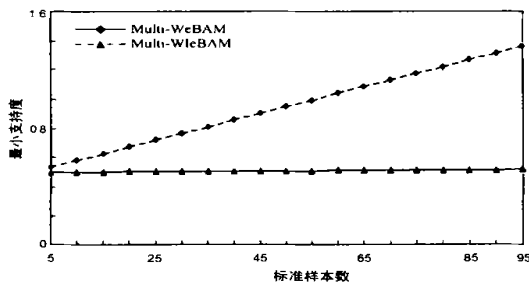


图 3 严格条件下样本数与最小支持度比较图

#### 3.2 对多数因子的比较

仅讨论 Multi-WeBAM 和 Multi-WeBAM 在严格条件下的样本数与最小多数因子之间的关系,由图 3 可以看出,Multi-WeBAM 具有比 Multi-WeBAM 更为合理的多数因子下界,且更为稳定,因而具有更好的决策性能.

### 4 结论

本文所提出的 Multi-WeBAM 不仅放宽了连续性假定的要求,其性能优于 Multi-WeBAM,而且 Multi-WeBAM 在特殊和一般条件下的多数规则通过多数因子的紧致性也表明了它优于 Multi-WeBAM,具有更好的决策性能.通过多专家权威度的设置可以模拟实际场合的多专家决策,因此具有很强的使用价值.

#### 参考文献:

- [1] Wang C C, Don H S. The majority theorem of centralized multiple BAMs networks [J]. Information Sciences, 1998, 110: 179 - 193.
- [2] Wang C C, Don H S. The decision-making of discrete multiple exponential bidirectional associative memory [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1995, 6(4): 993 - 999.
- [3] Chen Songcan, Gao Hang, et al. Improved exponential bidirectional associative memory [J]. IEE Electronics letters, 1997, 33(3): 223 - 224.
- [4] 陈松灿,高航,朱梧贾. 一个改进的指数双向联想存储器及性能分析 [J]. 计算机学报, 1998, 21(8) (增刊): 159 - 162.
- [5] 陈松灿,蔡骏. 多重改进型指数双向联想记忆模型及其在多证据推理中的决策性能 [J]. 计算机学报, 2000, 23(11): 1184 - 1188.
- [6] 蔡骏. 多重指数加权双向联想记忆模型及其在多证据推理中的决策性能研究 [D]. 南京:南京航空航天大学研究生院, 2000.

#### 作者简介:

陈松灿 男,1962 年生于浙江余姚市,教授,博导,主要从事模式识别及智能系统研究.

蔡骏 男,1975 年生于江苏南通市,硕士研究生,主要从事计算机应用研究.